

文章编号: 100028055(2010) 01022206

指尖密封性能的模糊 Nash 平衡优化

张延超, 陈国定, 申晓龙
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 针对工程应用中对指尖密封泄漏率和磨损率具有不同偏好要求的情况, 通过集成 Nash 平衡博弈理论和模糊综合评判理论, 建立了满足不同偏好要求的指尖密封性能模糊 Nash 平衡优化模型, 研究了若干偏好要求条件下的指尖密封性能多目标优化问题. 研究结果表明, 与现有研究方法相比, 提出的计算方法不仅有效地反映了工程中对各优化目标的不同偏好要求, 而且大大减小了指尖密封性能多目标优化的决策工作量, 提高了优化效率, 其优化结果也较为理想.

关 键 词: 指尖密封; Nash 平衡; 模糊综合评判; 多目标优化

中图分类号: TB122

文献标识码: A

Performance optimization for finger seal based on fuzzy Nash equilibrium game

ZHANG Yan2chao, CHEN Guo2ding, SHEN Xiao2long

(School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: For the purpose of multi-objective optimization of finger seal with different preference requirements in engineering application, the fuzzy comprehensive evaluation was introduced into Nash equilibrium game, and performance optimization model with uncertain payoff of finger seal was built. By using the presented model, the performance multi-objective optimization problems with uncertain preference requirement for finger seal were researched. As compared with existing methods, the results show that the presented method can not only effectively reflect the different response requirements of optimization objectives, but also significantly reduce the decision-making difficulty of multi-objective optimization for finger seal performances. Furthermore, the finger seal structure obtained through presented multi-objective method has good performances.

Key words: finger seal; Nash equilibrium; fuzzy comprehensive evaluation; multi-objective optimization

指尖密封是近年来提出的一种新型密封技术. 由于它具有密封性能好、制造成本低的特点, 因而在提高航空发动机性能和寿命、降低其运行成本方面具有良好的应用前景.

已有的研究工作表明, 指尖密封工作时, 存在着改善指尖密封性能与改善指尖密封磨损寿命相

互矛盾的问题^[1], 另外在工程应用中也有对两者要求程度(可能表现出模糊性的要求)不同的情况^[2]. 对于这种具有模糊偏好要求的指尖密封多目标性能优化问题, 之前的研究中主要是利用加权的方法把多目标优化问题转化为单目标优化问题来解决, 而现有的研究方法在表现偏好程度和

收稿日期: 20081222; 修订日期: 200904209

基金项目: 国家自然科学基金(50575182); 航空科学基金(05C53056); 高等学校博士学科点专项科研基金(20060699021)

作者简介: 张延超(1978-), 男, 河南鲁山人, 博士生, 主要从事润滑与密封技术、多目标优化研究.

进行多决策方面尚不能令人满意^[34]. 因此, 针对指尖密封性能优化中存在的特殊问题, 探讨提出有效的多目标优化方法, 不仅对于实现指尖密封工程优化设计有价值, 而且对于其他零部件类似优化问题研究亦具有较大的学术价值.

Nash 平衡理论是近年来应用于工程优化的一种博弈方法^[37]. 在理论上, Nash 平衡的解空间较小, 因此对于具有多解特点的多目标优化问题, 采用 Nash 平衡方法具有降低优化决策难度和工作量的价值. 特别当工程技术人员因对物理现象理解不透彻或研究条件掣肘, 而可能难以对庞大的优化解集作出正确决策选择的时候, Nash 平衡理论的介入更显其价值. 如果进一步集成模糊理论并利用其控制 Nash 平衡的状态, 则有可能获得不同偏好要求下的指尖密封多目标性能优化结果(一种 Nash 平衡解).

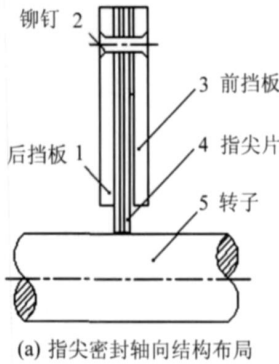
根据 Nash 平衡理论和模糊理论具有的解决一类多目标优化问题的潜质, 本文提出了集成 Nash 平衡理论和模糊综合评判理论的多目标优化方法, 以解决上述具有不同工程目标响应(目标偏好)和多解特点的指尖密封性能多目标优化问题, 在改善指尖密封性能与寿命之间获得满足要求的优化/平衡0. 与现有的优化方法相比不但较好的反映了对优化目标的偏好要求, 而且还有效解决了优化结果的决策问题, 文中有针对性的优化算例支持了上述思想, 表明了所提出优化方法的可行性和合理性.

1 指尖密封结构及优化问题的提出

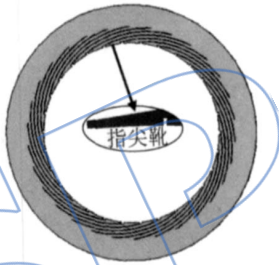
指尖密封的结构如图 1 所示, 在密封薄片上加工出一组指尖曲梁, 安装时将指尖密封片交替叠置以使相邻密封片互相覆盖住指尖间隙, 用挡板将若干指尖密封片夹紧并用铆钉装配起来. 指尖靴和转子(或轴)根据需要形成过盈配合或间隙配合. 需要密封的流体被错开排列的指尖梁以及指尖靴和转子的径向接触所封严.

工作中转子产生径向跳动, 碰击指尖片并促使其也随之产生径向移动, 而当转子恢复原位后, 指尖片则因上下游流体压差产生的挡板与指尖片间的摩擦阻滞作用无法完全恢复原位, 从而造成泄漏. 这种现象称为迟滞作用, 并用迟滞量和转子跳动量的比值(迟滞率)来衡量其程度. 改变指尖密封结构以提高指尖密封刚度可以降低迟滞率, 但指尖密封刚度的增加又导致指尖靴和转子间的接触压力增大, 从而增大指尖靴部的磨损, 减小了指尖

密封的寿命. 因此, 在两个相互矛盾的特性改善目标(有不同程度要求)之间获得优化/平衡0, 并存在的大量非劣解中高效选择出可以接受的设计结果是指尖密封多目标优化问题的特殊性所在.



(a) 指尖密封轴向结构布局



(b) 指尖密封片结构

图 1 指尖密封基本结构

Fig 1 Structure of finger seal

2 指尖密封性能优化的模糊博弈模型

2.1 模糊 Nash 平衡博弈的策略

对于局中人的收益具有不确定性的两人模糊博弈问题, 其模糊博弈策略可表示为

$$G= \{W_1, W_2; f_{w_1}, f_{w_2}; N\} \tag{1}$$

其中 $W_i= \{w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ik_i}\}$ 为第 i ($i= 1, 2$) 个局中人的策略空间, k_i 为策略空间内策略的个数; $f_{w_i}= f(w_{1k_i}, w_{2k_i})$ 为第 i 个局中人的收益函数; N 是影响收益函数的随机因素.

当局中人 1 选择策略 w_1^* , 局中人 2 选择 w_2^* 时, 则策略组 $(w_1^*, w_2^*) \in W_1 \times W_2$ 当且仅当满足模糊综合评判准则时则认为两个策略达到了 Nash 平衡.

2.2 模糊博弈的综合评判方法

为了获得局中人模糊偏好情况下的 Nash 平衡状态解, 采用了模糊综合评判的方法. 在其他局中人的策略 w_{-i} 确定的情况下, 令 $Ef_j(w_j, w_{-i})$ 和 $Df_j(w_j, w_{-i})$ 分别表示第 i 个局中人采取第 j 个($j= 1, 2, \dots, k_i$)策略的期望收益和收益方

差, 则进行模糊博弈的关键步骤如下:

1) 令因素集 $T = \{Ef, Df\}$ 表示局中人选择策略的主要指标, Ef 为局中人的期望支付, Df 为局中人的支付方差.

2) 取评判集为第 i 个局中人的策略空间

$$W_i = \{w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ik_i}\} \tag{2}$$

3) 建立单因素评判矩阵

$$M_i(w_{-i}) = \begin{bmatrix} Ef_{ij}(w_{ij}, w_{-i}) \end{bmatrix}_{j=1}^{k_i} \tag{3}$$

$$N_i(w_{-i}) = \begin{bmatrix} Df_{ij}(w_{ij}, w_{-i}) \end{bmatrix}_{j=1}^{k_i} \tag{4}$$

$$R_{1j}(w_{ij}, w_{-i}) = \frac{Ef_{ij}(w_{ij}, w_{-i})}{M_i(w_{-i})} \tag{5}$$

$$R_{2j}(w_{ij}, w_{-i}) = \frac{Df_{ij}(w_{ij}, w_{-i})}{N_i(w_{-i})} \tag{6}$$

在平衡的情况下, 由于博弈中的局中人总是希望自己的期望收益越大越好, 获得收益的风险 (可以理解为获得收益的付出) 越小越好, 因此可以建立第 i 个局中人的单因素评判矩阵如下:

$$R_i = \begin{bmatrix} R_{1i1} & R_{1i2} & \dots & R_{1ik_i} \\ 1 - R_{2i1} & 1 - R_{2i2} & \dots & 1 - R_{2ik_i} \end{bmatrix} \tag{7}$$

4) 综合评判. 博弈结果的评判与局中人的偏好看有着密切的关系, 将局中人的偏好状态分为非常关心、关心、较关心、中性、较不关心、不关心、非常不关心 7 种类型, 不同的偏好对应不同的最优结果. 将 7 种偏好类型用不同的权重系数表征, 每一种偏好对应的权重系数 a_m ($m = 1, 2, \dots, 7$) 是按照专家打分的原则给出的. 如果第 i 个局中人有第 m 种偏好, 则 R_{1ij} 和 $1 - R_{2ij}$ 分配的权重为 $A_i = (a_m, 1 - a_m)$. 通过分配权重可以得到第 i 个局中人的评判向量为

$$B_i = A_i \# R_i \tag{8}$$

同理也可以得到其他局中人的评判向量, 根据各局中人的评判向量, 建立起考虑所有局中人利益的 Nash 平衡状态.

2.1.3 指尖密封性能的模糊 Nash 平衡优化模型

针对指尖密封多目标优化问题, 将泄漏率 (Q) 和磨损率 (V) 作为博弈模型中的局中人, 则泄漏率 Q 的策略空间为 $W_1 = \{w_{11}, w_{12}, \dots, w_{1k_1}\}$, 其中 w_{1i} 是泄漏率 Q 的局部设计变量组合; 磨损率 V 的策略空间为 $W_2 = \{w_{21}, w_{22}, \dots, w_{2k_2}\}$, 其中 w_{2i} 是磨损率 V 的局部设计变量组合;

f_{w_1} 为泄漏率 Q 的收益函数, f_{w_2} 为磨损率 V 的收益函数, 收益函数值越大则泄漏率或磨损率越小. 工程中期望泄漏率和磨损率小, 表现在优化分析中则是期望相应的收益大. 因此将泄漏率和磨损率的收益函数分别表示为

$$f_{w_1}(w_{1i}, w_{2i}) = 1 - Q/Q^*$$

$$f_{w_2}(w_{1i}, w_{2i}) = 1 - V/V^* \tag{9}$$

式中 Q^* 是极限泄漏率, 计算中可以用最大泄漏率的倍数来代替; V^* 是极限磨损率, 计算中可以用最大磨损率的倍数来代替. 式(9)中的收益函数消除了目标函数的量纲影响.

为分析方便将收益函数转换为

$$F_{w_1}(f_{w_1}, f_{w_2}, N) = (f_{w_1} - bf_{w_2} + N(f_{w_1} - f_{c1}))$$

$$F_{w_2}(f_{w_1}, f_{w_2}, N) = (f_{w_2} - bf_{w_1} + N(f_{w_2} - f_{c2})) \tag{10}$$

式中 b 为泄漏率的收益对磨损率收益的影响因子; f_{c1} 和 f_{c2} 分别为泄漏率和磨损率的最小收益, 其取值与偏好情况有关; N 是影响收益函数的随机因素且服从正态分布. 得到的泄漏率和磨损率的期望收益和收益方差分别为

$$E(F_{w_1}) = (f_{w_1} - bf_{w_2})(f_{w_1} - f_{c1})$$

$$E(F_{w_2}) = (f_{w_2} - bf_{w_1})(f_{w_2} - f_{c2})$$

$$D(F_{w_1}) = (f_{w_1} - f_{c1})^2$$

$$D(F_{w_2}) = (f_{w_2} - f_{c2})^2 \tag{11}$$

在获得公式(7)形式的泄漏率和磨损率的单因素评判矩阵 R_i 后, 根据专家打分方法确定表 1 所示与偏好对应的权重系数, 继而获得不同偏好情况下与泄漏率和磨损率对应的权重矩阵 A_i , 并由公式(8)得到泄漏率和磨损率的模糊综合评判向量 B_i , 根据泄漏率和磨损率的评判向量, 通过分析获得指尖密封模糊多目标优化的 Nash 均衡解^[8].

表 1 指尖密封偏好情况专家打分表

Table 1 Table of expert marking for preference requirement of finger seal

非常关心	关心	较关心	中性	较不关心	不关心	非常不关心
0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2

由于指尖密封结构和工况的多样性, 尽管实际应用中各设计变量都有一定的取值范围, 但其优化目标函数 Q 和 V 仍不能用设计变量的显函

数表征. 为了分析能够进行, 文中采用了 BP (back propagation) 神经网络的训练功能得到了各设计变量和优化目标之间的关系.

为了减小优化进程中的计算工作量, 采用均匀混合试验设计方法确定设计变量的样本组合, 通过有限元分析计算出指尖密封的迟滞率和接触压力, 并利用文献[9]中提出的相关公式, 获得各样本组合情况下的指尖密封的泄漏率和磨损率(如表 2 所示). 采用 BP 神经网络对指尖密封性能和设计变量的关系进行了拟合处理, 获得指尖密封性能(收益函数值)和设计变量(策略)的映射关系.

3 指尖密封性能优化的过程

3.1 优化算法

采用遗传算法对指尖密封各优化目标的策略空间进行全局寻优, 整个 Nash 平衡寻优过程可以用图 2 所示的优化流程表示.

用于指尖密封 Nash 平衡优化过程的遗传算法是通过编码和解码两个基本过程实现的. 针对

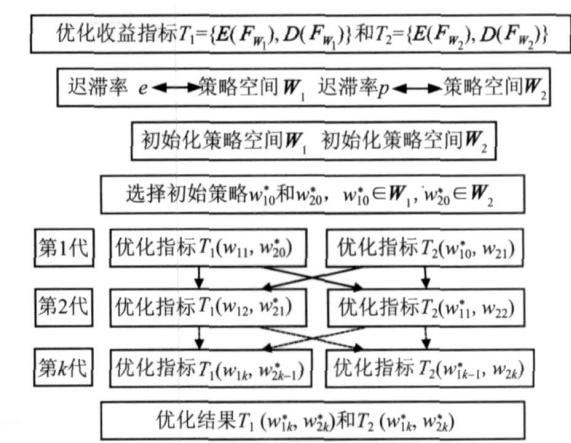


图 2 模糊 Nash 平衡求解算法流程图
Fig 2 Flowchart of fuzzy Nash equilibrium algorithm

指尖密封的优化问题, 以指尖梁型线、指尖梁个数、指尖靴间隙角和指尖片厚度组合 4 个设计变量为基因, 采用符号编码方法对设计变量进行编码, 如表 2 所示.

选择、交叉和变异是遗传操作的基本方法. 本文应用轮盘赌并保留最佳个体的选择方法, 采用

表 2 指尖密封结构设计变量编码表
Table 2 Encoding for the finger seal design parameters

序号	指尖梁型线	指尖梁个数	指尖靴间隙角/(°)	指尖片厚度组合/mm	泄漏率/(kg/s)	磨损率/10 ⁻⁵ (m ³ /s)
1	渐开线	63	0.2	0.1020.1520.20	0.0037986	4.1529
2	渐开线	63	0.6	0.3020.3020.30	0.0022719	4.5454
3	渐开线	63	1.0	0.4520.5020.45	0.0012808	4.0681
4	渐开线	72	0.2	0.3020.3020.30	0.0022015	4.2843
5	渐开线	72	0.6	0.4520.5020.45	0.0011410	3.8003
6	渐开线	90	0.2	0.4520.5020.45	0.0068412	3.0495
7	渐开线	72	1.0	0.1020.1520.20	0.0015154	3.2353
8	渐开线	90	0.6	0.1020.1520.20	0.0082788	2.6351
9	渐开线	90	1.0	0.3020.3020.30	0.0051656	2.1752
10	对数螺线	63	0.2	0.3020.3020.30	0.0018623	5.6123
11	对数螺线	63	0.6	0.4520.5020.45	0.0007943	4.8898
12	对数螺线	63	1.0	0.1020.1520.20	0.0049302	3.4481
13	对数螺线	72	0.2	0.4520.5020.45	0.0007953	4.6468
14	对数螺线	72	0.6	0.1020.1520.20	0.0042211	3.2922
15	对数螺线	72	1.0	0.3020.3020.30	0.0024096	3.6911
16	对数螺线	90	0.6	0.3020.3020.30	0.0059415	3.5501
17	对数螺线	90	1.0	0.4520.5020.45	0.0028601	2.9838
18	对数螺线	90	0.2	0.1020.1520.20	0.0021234	2.4369
19	圆弧型线	63	0.2	0.4520.5020.45	0.0009648	5.4945
20	圆弧型线	63	0.6	0.1020.1520.20	0.0042967	4.7134
21	圆弧型线	63	1.0	0.3020.3020.30	0.0019922	4.5120
22	圆弧型线	72	0.2	0.1020.1520.20	0.0044352	4.5017
23	圆弧型线	72	0.6	0.3020.3020.30	0.0020269	4.2261
24	圆弧型线	72	1.0	0.4520.5020.45	0.0009476	3.6849
25	圆弧型线	90	0.2	0.3020.3020.30	0.0023245	3.6020
26	圆弧型线	90	0.6	0.4520.5020.45	0.0016159	2.9782
27	圆弧型线	90	1.0	0.1020.1520.20	0.0101620	2.5256

均匀交叉方法,选择操作依靠式(11)中评判向量对应的评判值来控制,交叉和变异依靠输入一定的交叉和变异概率数值来控制。

3l 2 策略空间的确定

指尖密封性能多目标优化问题中设计变量的不同取值构成了指尖密封模糊 Nash 平衡优化算法中的策略空间 W_i 。为了确定局部设计变量策略搜索空间 W_1 和 W_2 的构成,按照设计变量对泄漏率和磨损率影响的灵敏程度,将指尖片厚度和指尖轮间隙角作为泄漏率的控制变量,即构成局部设计变量策略搜索空间 W_1 的策略集合;将指尖梁型线和指尖梁个数作为磨损率的控制变量,即构成局部设计变量搜索空间 W_2 的策略集合。

3l 3 优化过程的初始化处理

优化计算开始之初,需要对策略集 W_1 和 W_2 进行初始化,为了提高优化效率,采用均匀试验方法产生初始策略集 W_1 和 W_2 ,每个策略集有 27 组可行方案,即为遗传算法的初始种群。此外,为了优化计算的正常进行还给出了表 3 所示的初始控制参数。

表 3 模糊 Nash 平衡优化算法的初始输入参数
Table 3 Initialization input for finger seal Nash GA(genetic algorithms)

输入参数	参数初始值
种群规模	27
选择概率	1/3
变异概率	0.1
遗传代数	300
影响因子 b	0.1
极限泄漏率 $Q^*/(kg/s)$	0.030 5
极限磨损率 $V^*/10^{-5}(m^3/s)$	16.836 9

4 优化结果及讨论

在给定的设计变量策略空间内运用模糊 Nash 平衡优化算法得到不同性能偏好情况下的结果,为了方便对结果进行分析,将不同泄漏率偏好(与磨损率偏好相对应)程度下优化得到的泄漏和磨损性能改善的变化规律用图 3 表示。图 3 表明,随着对泄漏率偏好程度的增加,其收益逐渐增大(密封性能得到改善),同时磨损率的收益减小,这反映了指尖密封模糊 Nash 平衡优化算法具有考虑不同偏好程度优化要求的功能。

为了进一步研究模糊 Nash 平衡优化算法具

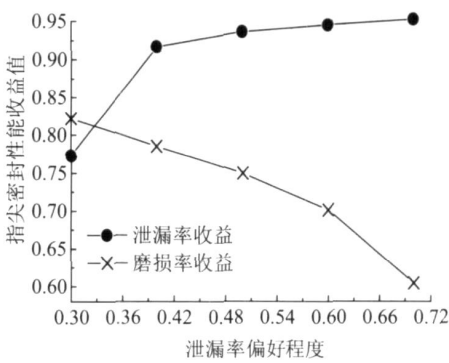


图 3 不同偏好情况下的泄漏率和磨损率收益
Fig 3 Payoffs of leakage and abrasion corresponding to different preference requirements

有的不同偏好程度优化功能的特性,分别把泄漏率比较优先(专家打分值 0.7)和磨损率比较优先(专家打分值 0.7)情况下的模糊 Nash 平衡优化结果与相应偏好情况下采用加权平均优化方法得到的结果进行了对比,结果如表 4 和表 5 所示。从表 4 和表 5 中可以看出,采用模糊 Nash 平衡优化方法得到的两种偏好情况下的结果都落在加权平均优化结果的范围,表明模糊 Nash 平衡优化方法具有满足不同偏好要求的优化功能。

表 4 较关心泄漏率(专家打分 0.7)时的优化结果
Table 4 Optimization results for leakage relatively preferential

优化方法	泄漏率收益	磨损率收益	$0.7f_{w_1} + 0.3f_{w_2}$
模糊 Nash 平衡	0.945 2	0.701 2	0.872 0
	0.874 0	0.786 6	0.847 8
	0.939 9	0.664 2	0.857 2
	0.937 3	0.647 2	0.853 0
加权平均	0.919 9	0.647 2	0.838 1
	0.925 6	0.549 0	0.812 6
	0.939 2	0.520 5	0.813 6

从表 4 和表 5 中还可以看到,模糊 Nash 平衡优化结果只有一个,而用普通优化方法得到的优化结果有多个,在工程应用中需要根据经验进行决策才能挑选出一个较优的结果进行应用。此外,即使按照加权平均的优化准则对优化结果的收益函数值进行评判,表 4 中的优化结果也是最好的,表 5 中的优化结果虽然不是最优的,但却仅次于加权平均的最优结果。因此,模糊 Nash 平衡优化方法不但可以降低优化结果的决策难度,而且具有较好的优化结果,这就为多目标优化决策带来很大的方便。

表 5 较关心磨损率(专家打分 0.7)时的优化结果

Table 5 Optimization results for abrasion relatively preferential

优化方法	泄漏率 收益	磨损率 收益	$0.3f_{w_1} + 0.7f_{w_2}$
模糊 Nash 平衡	0.772 7	0.8222	0.7875
	0.842 7	0.8418	0.8424
	0.794 7	0.7699	0.7873
加权平均	0.901 2	0.7004	0.8410
	0.703 2	0.7265	0.7102
	0.495 4	0.7705	0.5779

从上面的分析可以看出, 模糊 Nash 平衡优化方法具有优化效果较好、优化决策简单和适应不同偏好程度优化要求的特点, 显示出较好的适应指尖密封性能优化的工程应用价值.

为了验证模糊 Nash 平衡优化方法在指尖密封多目标优化设计中的可行性, 本文在有若干性能偏好要求的条件下, 利用模糊 Nash 平衡优化方法获得的指尖密封结构参数, 采用有限元(FEM)模拟仿真进行了相应的泄漏率和磨损率计算, 并将计算结果转化为收益函数值以便于对比. 图 4 给出的对比结果表明, 以模糊 Nash 平衡优化方法获得的指尖密封优化结构参数为条件, 进行的有限元分析工作支持了模糊 Nash 平衡优化方法在指尖密封多目标优化设计中的应用.

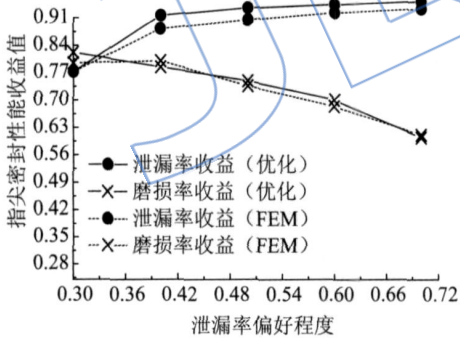


图 4 模糊 Nash 平衡优化结果与有限元仿真结果对比
Figl 4 Result comparison of fuzzy Nash equilibrium and finite element method

5 结 论

1) 计算结果表明, 模糊 Nash 平衡优化方法不仅能够满足工程实际中存在的具有/ 偏好0要求的优化问题, 而且具有不受/ 外界0影响而自适应性地选择最优策略的特点, 大大提高了优化效能, 减小了对多目标优化结果的决策问题.

2) 与常用的加权平均优化方法相比较, 模糊

Nash 平衡优化方法具有结果决策简单, 优化结果满意度高的特点.

3) 算例中的有限元计算结果与采用提出的模糊 Nash 平衡优化方法得到的优化结果相比, 两者的数值大小和计算规律都具有较好的一致性, 从而验证了优化结果的合理性.

参考文献:

[1] 陈国定, 徐华, 虞烈, 等. 指尖密封的迟滞特性分析[J]. 中国机械工程, 2003, 39(5): 122124.
CHEN Guoding, XU Hua, YU Lie, et al. Analysis of the hysteresis of finger seal [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(5): 122124. (in Chinese)
[2] 卢广山, 姜长生, 张宏. 机载光电跟踪系统模糊控制的优化设计与仿真[J]. 航空学报, 2002, 23(1): 8287.
LU Guangshang, JIANG Changsheng, ZHANG Hong. Optimization design and simulation of fuzzy controller in airborne electo-optical pointing and tracking systems [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(1): 85287. (in Chinese)
[3] 苏华, 陈国定. 低迟滞渐开线型指尖密封的结构参数优化[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(9): 11221122.
SU Hua, CHEN Guoding. Structural optimization of in2volute shape2curve finger seal with low hysteresis [J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(9): 11221122. (in Chinese)
[4] 苏华, 陈国定. / 定制0与/ 广义0概念下的指尖密封结构优化[J]. 航空学报, 2007, 28(6): 15021512.
SU Hua, CHEN Guoding. Structural optimization of fin2ger seal based on conceptions of / Customized0 and / Gen2eralized0 finger curves[J]. Acta Aeronautica et Astronau2tica Sinica, 2007, 28(6): 15021512. (in Chinese)
[5] WANG Jiangfeng, WU Yizhao, Periaux J. Mult2point optimization with DDM, genetic algorithms and game the2ory for high lift configuration in aerodynamics [C]// 4th AIAA/ ASME/ SAE/ ASEE Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, Nevada: AIAA, 2003: 394.
[6] Kima W K, Lee K H. Nash equilibrium with noncompact and nonconvex strategic set [J]. Journal of Systems Sci2ence and Information, 2004, 2(4): 612622.
[7] ZHANG Yanchao, CHEN Guoding, JIANG Anying. The characteristic optimization for finger seal based on Nash 2equilibrium theory [C]// 5th International Symposium on Fluid Power Transmission and Control. Beidaihe: Yanshan University, 2007: 11521159.
[8] 谢季坚, 刘承平. 模糊数学方法与应用[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 2000.
[9] 苏华. 指尖密封结构和性能设计分析与试验研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
SU Hua. Structural design performance analysis and tests of finger seal [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical U2niversity, 2006. (in Chinese)